

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

(i) Definirajte parcijalnu derivaciju po y funkcije $f(x, y)$ i objasnite njeno fizikalno značenje. (2 boda)

(ii) Odredite $\frac{\partial f}{\partial x}$ i $\frac{\partial f}{\partial y}$ ako je $f(x, y) = 2 \arcsin \frac{x}{y}$. (4 boda)

(iii) Odredite stacionarne točke funkcije $f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y)$. (4 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****2. zadatak**

(i) Objasnite slikom i riječima značenje određenog integrala $\int_a^b f(x)dx$ za općenitu funkciju f .
(4 boda)

(ii) Napišite i objasnite Newton-Leibnizovu formulu za računanje određenog integrala. (2 boda)

(iii) Riješite i geometrijski interpretirajte integral

$$\int_1^4 \frac{3}{x-1} dx.$$

(4 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****3. zadatak**

(i) Napišite i izvedite formulu za parcijalnu integraciju u neodređenom integralu. (4 boda)

(ii) Zapišite, objasnite i riješite diferencijalnu jednadžbu radioaktivnog raspada. Posebno, zapišite i skicirajte rješenje ako je količina radioaktivne materije u početnom trenutku jednaka y_0 . (6 bodova)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****4. zadatak**

- (i) Definirajte linearnu običnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (2 boda)

- (ii) Je li jednadžba

$$xy' + 2y - 8x^2 = 0$$

linearna obična diferencijalna jednadžba prvog reda? Ako da, je li homogena? Riješite tu jednadžbu. (6 bodova)

- (iii) Definirajte Cauchyjev problem prvog reda. (2 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****5. zadatak**

(i) Napišite formulu za masu i težište nehomogene ploče D čija je funkcije gustoće mase $f(x, y)$.
(2 boda)

(ii) Izračunajte masu pravokutnika s vrhovima $(0, 2)$, $(4, 2)$, $(4, 4)$ i $(0, 4)$ ako mu je funkcija gustoće mase

$$f(x, y) = 2x.$$

(4 boda)

(iii) Podijelite pravokutnik iz (ii) na dva dijela jednakih masa. (Skica!) (4 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

(i) Riješite integral

$$\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{9 + \ln x}}.$$

(5 bodova)

(ii) Prijelazom na polarne koordinate izračunajte dvostruki integral

$$\iint_S \sqrt{x^2 + y^2 + 1} \, dx dy,$$

gdje je S područje u prvom kvadrantu omeđeno kružnicom $x^2 + y^2 = 4$. (5 bodova)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****2. zadatak**

(i) Skicirajte područje integracije u dvostrukom integralu

$$\int_0^1 dy \int_{e^{-y}}^{e^y} f(x, y) dx.$$

(2 boda)

(ii) Promijenite poredak integracije u tom integralu. (3 boda)

(iii) Izračunajte zadani integral za

$$f(x, y) = \frac{e^y}{x^2}.$$

(5 bodova)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****3. zadatak** Zadana je funkcija

$$f(x, y) = xy + 2y - \ln(x - 2) - 2 \ln y.$$

(i) Skicirajte domenu funkcije f . (3 boda)(ii) Ispitajte lokalne ekstreme funkcije f . (7 bodova)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****4. zadatak**

(i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' + \frac{y}{x^2} = -e^{\frac{1}{x}}.$$

(7 bodova)

(ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi $y'(1) = 4e$. (3 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****5. zadatak**

(i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$8y'' + 2y' = 0.$$

(2 boda)

(ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$8y'' + 2y' = -x^2 + 30.$$

(4 boda)

(iii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (ii) za koje vrijedi $y(0) = 0$ i $y'(0) = 2$. (4 boda)